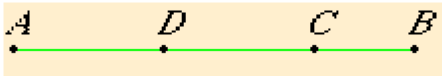
Kitap 10-Önerme 28-Lemma 1 Hakkında

Lemma 1. Toplamı da kare olan 2 kare sayı bulmak (***Heiberg***'in okumasına göre Lemma 1 orijinalde Lemma 2 ile birlikte X. Kitap'ta Önerme 28'den sonra verilmiştir ama ***David E. Joyce*** Lemma 1 ve 2'yi Önerme 29'a yerleştirmiştir. Neden acaba?).



Şekil 4.7.3.1. Önerme 28'deki Lemma 1'in çizimi ve Lemma 2'deki çizim de aynı şekilde verilmiştir. Çünkü Lemma 1 ve 2'de ispat söz konusu değildir; sadece düzlemsel sayılar işaret edilmek istenmiştir.

AB ve BC olmak üzere iki sayı belirleyelim ve bunların ikisi de çift ya da ikisi de tek sayı olsun. O zaman, bir çift sayıdan bir çift sayı çıkarıldığında ya da bir tek sayıdan bir tek sayı çıkarıldığında kalan sayı çift olur; dolayısıyla AC kalanı da çifttir (Bkz. IX.24).

AC'yi D noktasında ikiye bölelim. AB ve BC'nin de ya benzer düzlem sayıları ya da kendileri de benzer düzlem sayıları olan kare sayılar olduğunu varsayalım.

Şimdi, AB ile BC'nin çarpımı ve CD'deki karenin toplamı, BD'deki kareye eşittir. AB ile BC'nin çarpımı bir karedir; zira, birbiriyle çarpıldığında bir sayı oluşturan iki benzer düzlemsel sayının çarpımı bir kare olduğu kanıtlanmıştır. Dolayısıyla, toplandığında BD'deki kareyi oluşturan 2 kare sayı, yani AB ile BC'nin çarpımı ve CD'deki kare, bulunmuştur (Bkz. II.6 ve IX.1).

Ve AB ile BC benzer düzlem sayıları olduğunda, aralarındaki farkın, yani AB ile BC'nin çarpımının bir kare olduğu 2 kare sayı, BD'nin karesi ile CD'nin karesi, yine bulunmuştur. Ancak bunlar benzer düzlem sayılar olmadığında, aralarındaki farkın, yani AB ile BC'nin çarpımının bir kare olmadığı 2 kare sayı, BD'nin karesi ile DC'nin karesi, bulunmuştur.

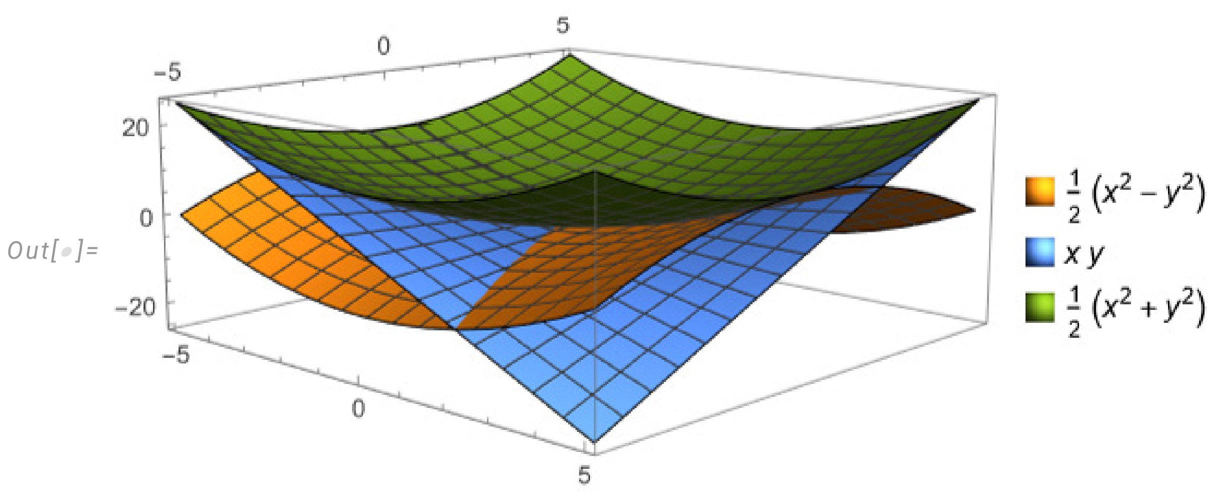
Açıklama. $AB=p^2$ ve $BC=q^2$ olsun. Bunların her ikisi çift ya da tek ise $AC=AB-BC=p^2-q^2$ çifttir. Çünkü $p-q$ ve $p+q$ çift olduklarından bunların çarpımı olan $(p-q)(p+q)=p^2-q^2$ de çift olur.

Şimdi AC'yi D noktasında 2'ye bölelim ve AB ile BC'nin benzer düzlem sayıları ya da kendileri birer düzlem sayı olsun (ki IX.1'e göre $EBOB(p,q)=1$ ise AB ile BC benzer olmayan düzlemsel sayılardır ya da $EBOB(p,q)=k$ ise yani $p=kq$ ise AB ile BC benzer düzlemsel sayılardır. Örneğin $AB=18$ ve $BC=8$ benzer düzlemsel sayıları için $AB.BC=18.8=144=12^2$ düzlemsel sayısı elde edilirken, buna karşılık $AB=16$ ve $BC=9$ benzer olmayan düzlemsel sayıları için $AB.BC=16.9=144=12^2$ yine aynı düzlemsel sayı elde edilmektedir). Buna göre AB ile BC'nin çarpımı $AB.BC=p^2.q^2$, CD'deki sayı $CD=\frac{AC}{2}=\frac{p^2-q^2}{2}$ ve BD'deki sayı $BD=\frac{AC}{2}+BC=\frac{p^2-q^2}{2}+q^2=\frac{p^2+q^2}{2}$ olduğundan ilkine ikincisindeki kare sayıyı eklersek BD'deki kareye eşittir:

$$(4.7.3.1)\quad AB.BC+CD^2=BD^2 \Rightarrow p^2.q^2+\left(\frac{p^2-q^2}{2}\right)^2=\left(\frac{p^2+q^2}{2}\right)^2.$$

Bu eşitliğe göre $AB=p^2$ ve $BC=q^2$ benzer düzlem sayılar olduğunda, aralarındaki farkın, yani $AB.BC=p^2.q^2=(pq)^2, CD^2=\left(\frac{p^2-q^2}{2}\right)^2$ ve $BD^2=\left(\frac{p^2+q^2}{2}\right)^2$ bulunmuş demektir. Ancak bunlar düzlemsel sayılar olmadığında, farkın, yani AB ile BC'nin çarpımının bir kare olmadığı 2 kare sayı durumda BD'nin karesi ile DC'nin karesi yine bulunmuş demektir. Bu sonuç "benzer ya da benzer olmayan düzlemsel sayılar" tanımıyla karıştırılmış, dolayısıyla vahim bir hata yapılmıştır. Çünkü AB ile BC'nin çarpımının bir kare olmadığı durumda yukarıdaki bağıntı ortadan kalkar!

Değerlendirme. Yukarıda Öklitçilerin Pisagor bağıntısının doğuranları hakkında temel sayılar teorisine göre bir incelemesini (Lemma 1) ve açıklamasını verdim ama Babilonya tabletlerine erişimleri sınırlı olduğundan Şekil 5'teki gibi bir ispat veremediler. Burada Şekil 5'teki gibi bir ispat verebilmenin kolay olmadığına dikkat ediniz. Çünkü Şekil 5'teki $O_nH_nC_n$ dik üçgeninin kenarlarının uzunluklarını (*) bağıntısına göre yazmaya çalıştığınızda, tüm kenarların uzunluklarını p_n ile çarpmanız gerekir ki, $p_n|O_nH_n|=p_n(p_n-r_n)=p_n.\frac{p_n^2-q_n^2}{2p_n}=\frac{p_n^2-q_n^2}{2}$, $p_n|H_nC_n|=p_n.q_n$ ve $p_n|O_nC_n|=p_n.r_n=p_n.\frac{p_n^2+q_n^2}{2p_n}=\frac{p_n^2+q_n^2}{2}$ olsun. Fakat bu durumda $O_nH_nC_n$ dik üçgeninin kenarları üzerinde birer dikdörtgen kurmanız ve bu dikdörtgenlerin alanlarının karelerini alarak (4.7.3.1) bağıntısına ulaşmanız gerekiyor ki, bu Grek Matematiği'nde görülmemiş bir şeydir. Yani (4.7.3.1) bağıntısındaki kuadratik (2. dereceden) yüzeyler Öklit geometrisinin dışında seyreder ve bu da Greklerin akıllarına gelmeyecek bir şeydi. Öyle, çünkü Mathematica'da "Plot3D[$\left\{\frac{x^2-y^2}{2}, xy, \frac{x^2+y^2}{2}\right\}, \{x,-5,5\}, \{y,-5,5\}$, PlotLegends–> "Expressions"]" komutunu verdiğinizde karşınıza şöyle bir şekil gelecektir:

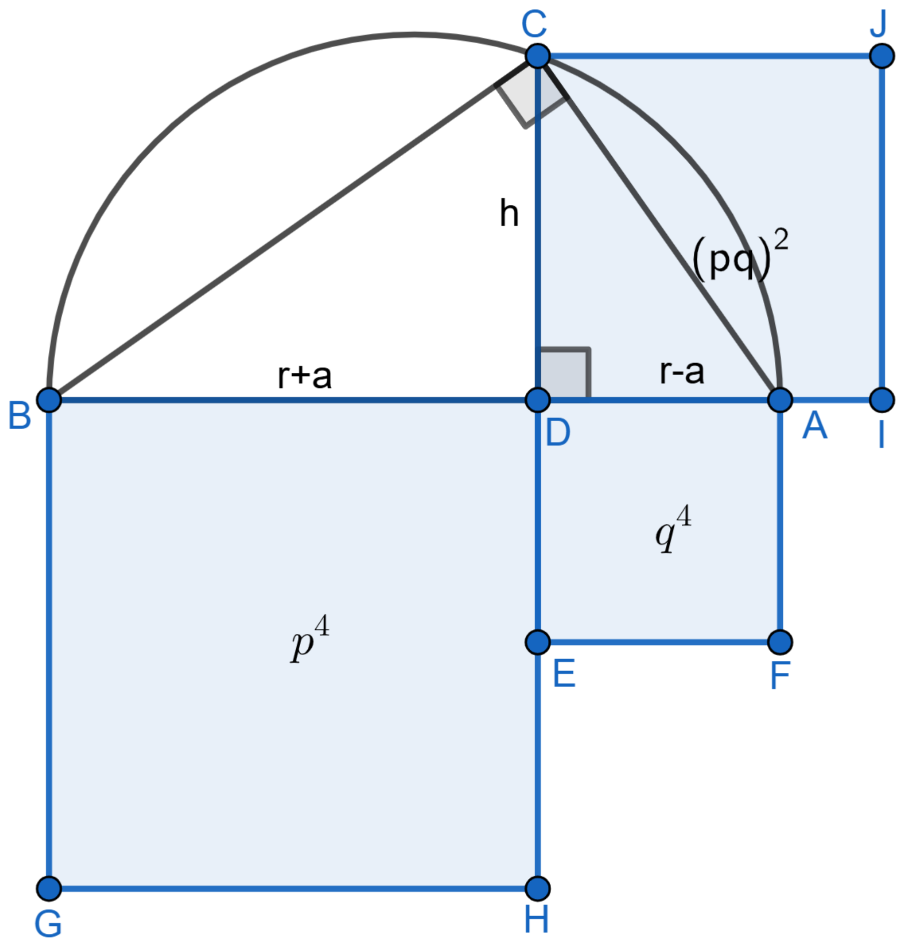


Şekil 4.7.3.2. Mathematica'da anılan kuadratik yüzeylerin çizimleri.

Resim 4.7.3.1. Booking.com Halkla İlişkiler Direktörü ***Yang Li***'nin (李杨) açılış konuşmasının ardından, *"Dijital olarak entegre bir seyahat ekosisteminde ortaya çıkan kariyer yolları"* konulu düzenlenen panele katılan ve sol başta duran ***Benjamin Altschuler*** (Bkz. *"Temple Üniversitesi tarafından yayınlanan bir gönderi"*).

Bu şekilde Öklit düzlemi (Batılılara göre), ortada mavi renkle gösterilen xy düzlemidir ve buna kartezyen düzlemi ya da $\mathbb{R}^2$ düzlemi denilmektedir. Grekler geometriyi bu düzlem üzerinde yaparlardı ama bu düzlemin farkında değillerdi. Bu nedenle Batılıların, "Öklit geometrisi", "Öklit düzlemi", "Öklityen uzaklık" vb. demesine aldırmayın. Çünkü Batılılar bu hırsız kervanına katılan son gruptur. Fakat burada sayıları az olsa da matematiğin kökenine saygı duyup araştıran Batılıları ve İsraillileri hariç tutmak gerekiyor. Örneğin ***Benjamin M. Altschuler*** (yandaki resimdeki sol baştaki kişi) ve kardeşi ***Eric L. Altschuler***, 2017'de BM 15285 no'lu tabletinde ***Öklit***'in Kitap 2-Önerme 10'daki ispatını yakaladılar (Bkz. *"Babil Geometri Problem Tabletlerinde Yer Alan 2'nin Karekökünün İrrasyonelliğinin İspatı"*. Bu makalenin özeti şuradadır. Bu makale hakkında atıf yaptığım yerler *"YBC 7289 No'lu Tablet"*, S. 38 ve *"YBC 7289 No'lu Tableti'nin 2. Çözümü"*, S. 7'dir). Bu ispatta $\sqrt{2}$'nin olmayan ergi yöntemine göre (ki bu yöntem OMÜ'de elle yazılmış *"İspat Yöntemleri"*'nde mantık bağlaçlarına göre mükemmel bir şekilde tanımlanmıştır) bir rasyonel olduğu kabul ediliyor ve sonra sonsuz azalma yöntemine göre bir çelişkiye düşülerek olmadığı, dolayısıyla bir irrasyonel sayı olduğu gösterilmektedir (Bkz. *"√2'nin İrrasyonel Olduğuna İlişkin Öklit'in İspatı"*. Bu ispat ders kitaplarında geçer). Burada benim anlamadığım olay şu: ***Benjamin M. Altschuler***, bu makaleyle kariyer mi yapıyordu, yoksa uzak atalarının bu çalışmasını mı merak ediyordu? (ki bu soruların yanıtları için kendisine 11.04.2026, 17:14'te reluhcstla.nimajneb@ude.elpmet ve 17:18'de baltschuler@college.harvard.edu olmak üzere 2 farklı e-posta adresine mesaj gönderdim ama hepsi anında geri döndü). Yine, ***Arşimet***'e 2 mektup gönderen, ***Reviel Netz***'e göre, ***Dositheus*** bir Yahudi bilim adamıydı ve o da silindirin hacmiyle ilgilenmişti (Bkz. *"Babil ve Mısır II'si"*, S. 60-61). Bu 2 örnekten anlaşılacağı üzere İsraillilerin tam bu noktada nerede durduklarını anlamaya çalışıyorum!

Şimdi (4.7.3.1) bağıntısının ispatı için yukarıda Grek Matematiği'nde görülmemiş şey olan ve Önerme 29 ile 30'da geçen şu şekil üzerinde bir egzersiz yapalım:



Şekil 4.7.3.3. Genel bir dik üçgenin kenarlarının uzunluklarını $q < p$ doğuranları cinsinden veren $|CD|^2 = |AD|.|DB|$ geometrik ortalama bağıntısı. ABC dik üçgenindeki bu bağıntıya göre anılan dik üçgenin kenarlarının uzunlukları p ve q doğuranlarına göre cebirde kolaylıkla yazılabilirken geometride yukarıdaki absürd sonuç çıkar. Bu yüzden Öklitçiler bundan vazgeçtiler ve ispat niteliği taşımayan Şekil 4.7.3.1'i vermek zorunda kaldılar. Çünkü ellerinde Şekil 5 yoktu!

Kitap 10-Önerme 28-Lemma 1 Hakkında

Bu şekildeki $|CD|^2 = |AD|.|DB|$ geometrik ortalama bağıntısı Kitap 6'daki Önerme 13'te verilir (Bkz. "*Öklit'in Elemanları'ndaki Kitap 6-Önerme 13*". Bu önermenin altın orana göre ispatı için Kitap 2'deki Önerme 11'e bakınız. Bkz. "*Öklit'in Elemanları'ndaki Kitap 2-Önerme 11*"). O halde [76]'daki metrik bağıntıyı

$$(4.7.3.2)\quad h^2 = |CD|^2 = |AD||BD| = (r-a)(r+a) = r^2 - a^2$$

şeklinde yazar ve çarpanları Şekil 4.7.3.1'deki gibi birer kare sayı olarak alırsak her $q < p$ için

$$(4.7.3.3)\quad r - a = q^2, r + a = p^2$$

eşitlikleri söz konusu olur. Öklitçiler bunu düşündüler ama $|AD| = r - a = q^2$ ve $|BD| = r + a = p^2$ üzerlerindeki karelerin alanları $|AD|^2 = q^4$ ve $|BD|^2 = p^4$ oluyordu ve ayrıca (4.7.3.2)'ye göre $h^2 = |CD|^2 = |AD||BD| = (r-a)(r+a) = p^4.q^4 = (p^2q^2)^2$ olduğundan karelerin alanlarının kareleri geometrik olarak doğru gelmiyordu doğrusu. Çünkü bu denklemlerdeki a , h ve r'nin çözümleri (4.7.3.1)'e göre şöyle veriliyordu:

$$(4.7.3.4)\quad a = \frac{p^2 - q^2}{2}, h = pq, r = \frac{p^2 + q^2}{2}.$$

Fakat Öklitçiler bu çözümleri geometrik göstermedikleri için Şekil 4.7.3.1'i vermek zorunda kaldılar. Eğer Öklitçilerin Susa TMS No. 1 metnindeki Şekil 5'teki probleme erişimleri olsaydı hiç şüpheniz olmasın seve seve Lemma 1'in ispatını aynı şekilde ortaya koyarlardı!

Not 4.7.3.1. Tablo 17 ilk kez 1964'te ***Derek J. de Solla Price*** tarafından verildi (Bkz. "*Price, D. J. de Solla (1964), 'The Babylonian 'Pythagorean triangle' tablet*", *Centaurus 10, 219-231*. Şimdi erişilmesi mümkün olmayan bu makale ***Friberg*** tarafından "*Methods And Traditions of Babylonian Mathematics*" adlı makalesinin 284-289. sayfalarındaki "*2. The Restrictions On The Parameters*" bölümünde tekrar yayımlanmıştır). ***Price***, $1 < q < 1{,}00 = 60$ ve $1 < \frac{p}{q} < 1 + \sqrt{2}$ eşitsizliklerini sağlayan p ve q düzgün parametrik çiftini içeren (a_n, h_n, r_n) Pisagor üçlüleri için bir üreteç formülü kullanarak (ki Tablo 17'yi veren ***Price***'ın üreteç formülü metodumdan uzaktır. Örneğin ***Manuel Benito Muñoz***'un "*Birkaç Diofant Problemi (Algunos problemas diofánticos)*" adlı doktora tezindeki yaklaşım metodu ***Price***'ın yaklaşım formülünün en son geliştirilmiş şeklidir ve bu yüzden metodum tektir. Bu metot ne 2006'dan önce ne de 2006-2026'ya kadar verilmedi ve öyle görünüyor ki, bu metodu "*Cingöz Recai Babil'de, 2026*"da yayımlamasaydım belki de hiç bulunamayacaktı) Plimpton 322 no'lu tabletteki 15 satıra 23 satır daha ekleyerek toplamda 38 satır olması gerektiğini öne sürdü. Bu, tabletin yalnızca ön yüzündeki 15 satırla değil, aynı zamanda kenarında ve arkasında ek 23 satırla da yazılmasının amaçlandığını varsayar. ***Price***, ***A. Aaboe***'ye ait olan ve Susa metni TMS No. 1 ile ilgili ilginç bir açıklama ekliyor. Bir çemberin içine çizilmiş ikizkenar üçgenin çizimi vb. ile (bkz. ***Bruins*** ve ***Rutten***, TMS (1961)), bu metnin muhtemelen Pisagor üçlülerinin veya üçgenlerinin yapımı için bir yöntemin illüstrasyonu olduğu düşünülmektedir (Bkz. ***Friberg***, "*Sümero-Akad Matematiği, Metrolojisi ve İlgili Konular Üzerine Yayınların Bir İncelemesi (1854-1982)*", S. 99 (PDF'de 108), Price. Bu dosyayı ilk kez 21.03.2026, 04:02:17'de bilgisayarıma indirdiğim için bundan önce bu tahminin doğru olduğunu şimdi yeni fark ediyorum. Buna göre ***Friberg***'in sözüne ettiği bir çemberin içindeki ikizkenar üçgeni gösteren TMS No. 1 metnindeki çizim Şekil 5'tedir ve Tablo 17'deki (a_n, h_n, r_n) Pisagor üçlülerinin Şekil 5'teki $O_nH_nC_n$ dik üçgeninden geldiğini Plimpton 322 no'lu tabletindeki hatalarından yararlanarak bu tahminden habersiz şekilde keşfetmiştim Bkz. "*4.3. Plimpton 322 No'lu Tabletin Değerlendirilmesi*", S. 47-68).

Özetle bir dik üçgenin kenarlarının uzunlukları Şekil 5'ten başka p ve q doğuranlarına göre yazılamadığına ve Grekler de başka bir ispat koyamadıklarına göre, ***Öklit***'in Elemanlar'daki 1. kitaptaki Önerme 47 ve 10. kitaptaki Önerme 28'deki Lemma 1 ve bu önermelerin altındaki diğer tüm bilgiler Babillilere aittir. Grekler, bu bilgileri ***Thales***'ten ***Diofant***'a kadar Mısır'da Ptolemaios ve doğuda Seleukos dönemlerinde (ki yöneticileri kendileriydi) topladılar, derlediler ve bilimsel olarak incelediler ama nereden aldıklarını söylemediler. Çünkü bu bilgileri yeni bir kılıkla kendilerine mâl etmişlerdi ve sonsuza kadar öyle kalacağını zannediyorlardı. Ancak kendileri dışındaki insanları çok hafife aldılar (ki sadece Büyük Piramit'teki araştırma ve çalışmaların ***Khufu***'nun dönemindeki Mısırlıları afallatacak seviyede olduğunu söylemem yeterlidir) ve bunun bedelini ağır ödediler, halen ödemeye devam ediyorlar!

Diğer taraftan Batılı bilim adamlarının ***Öklit***'in *Elemanlar*'ını ve Önerme 28-Lemma 1'e ait Kitap 10'u değerlendirmesi şöyledir:

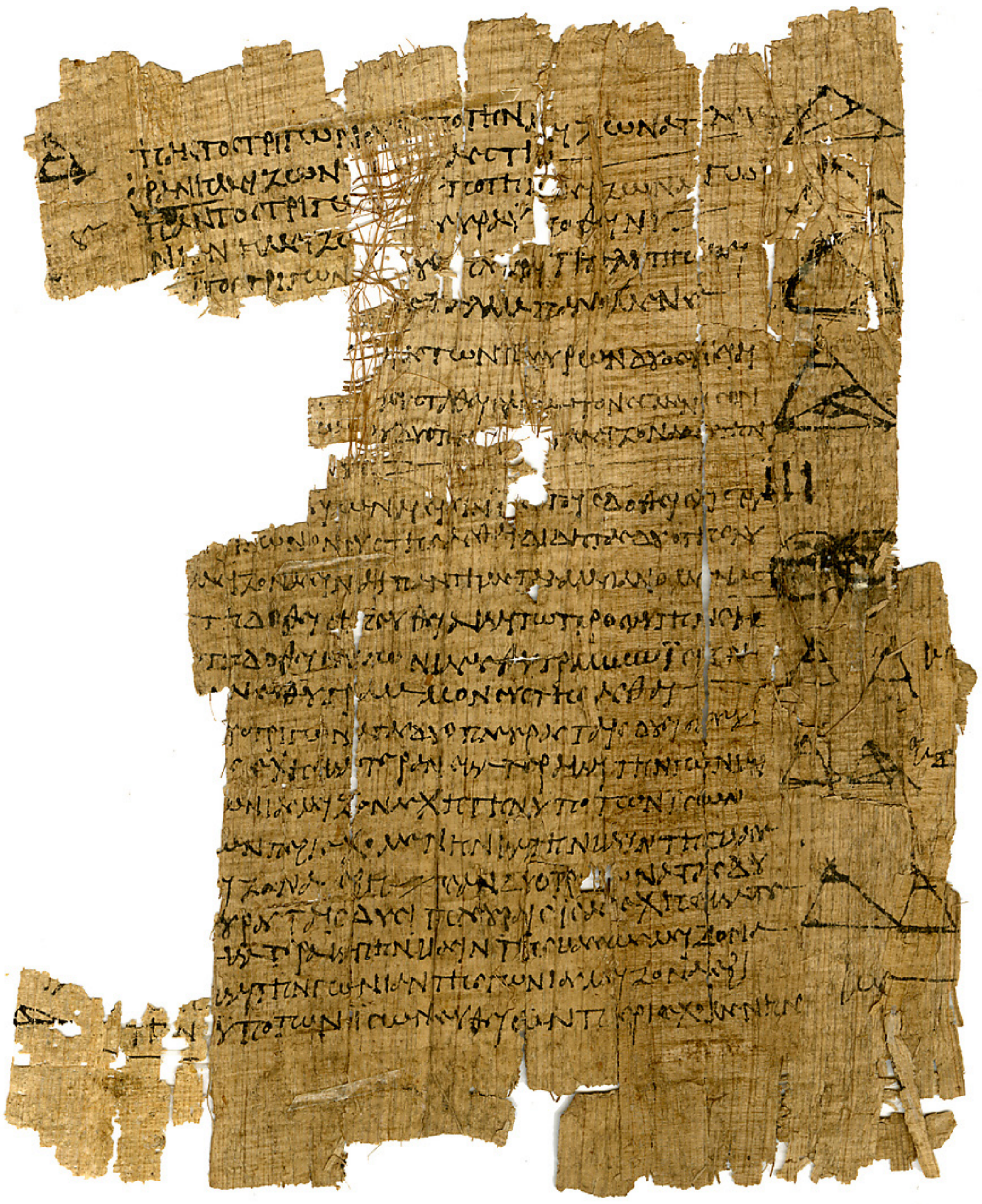
Elemanlar*'ın Arka Planı.** ***Öklit'in *Elemanları*, günümüze ulaşan en eski büyük ölçekli tümdengelimli matematik çalışmasıdır (Bkz. "*Matematik ve Medeniyetin Yükselişi 2: Öklit'in Elemanları*"). ***Öklit***'ten yaklaşık 700 yıl sonra yaşamış bir Yunan matematikçi olan ***Proklus***, *Elemanlar* üzerine yaptığı yorumda şöyle yazmıştır: "***Öklit****, Elemanları derlerken* ***Eudoxus****'un birçok teoremini toplamış,* ***Theaetetus****'un birçok teoremini mükemmelleştirmiş ve ayrıca selefleri tarafından yalnızca biraz gevşek bir şekilde kanıtlanmış şeyleri de tartışılmaz bir şekilde kanıtlamıştır.*" Bilim insanları, *Elemanların* büyük ölçüde daha önceki Yunan matematikçilerinin kitaplarına dayanan önermelerin bir derlemesi olduğuna inanmaktadır, bunlar arasında ***Eudoxus***, ***Sakızlı Hipokrat***, ***Thales*** ve ***Theaetetus*** yer alırken, diğer teoremlerden ***Platon*** ve ***Aristoteles*** tarafından bahsedilmiştir. ***Öklit***'in eserini, özellikle de *Elemanlar*'ın esasen çok daha eski ve artık kayıp olan Yunan matematiğinin yerini alması nedeniyle, seleflerinin eserlerinden ayırt etmek zordur. *Günümüzde mevcut olan Elementler* versiyonu ayrıca, muhtemelen 4. yüzyılda İskenderiyeli matematikçi ***Theon*** gibi daha sonraki editörler tarafından eklenen "*Öklit sonrası*" matematiği de içermektedir. Klasikçi ***Markus Asper***, "*görünüşe göre* ***Öklit****'in başarısı, kabul görmüş matematiksel bilgiyi tutarlı bir düzene sokmak ve boşlukları doldurmak için yeni kanıtlar eklemekten ibarettir*" sonucuna varmıştır ve tarihçi ***Serafina Cuomo*** bunu "sonuçlar deposu" olarak tanımlamıştır. Buna rağmen, tarihçi ***Michalis Sialaros***, "*olağanüstü sıkı yapısının*", ***Öklit***'in *Elemanlar*'ı başkalarının eserlerini bir araya getirmek yerine kendisinin yazdığını gösterdiğini düşünmektedir.

Elemanlar'ın bölümlerinin belirli matematikçilere atfedilmesi hala bilimsel tartışma konusudur. ***W.W. Rouse Ball***'a göre, I ve II. kitapların çoğunun kaynağı muhtemelen ***Pisagor***, III. kitabın kaynağı ***Sakızlı Hipokrat*** ve V. kitabın kaynağı ***Knidoslu Eudoksos*** iken, IV, VI, XI ve XII. kitaplar muhtemelen diğer Pisagorcu veya Atinalı matematikçilerden gelmiştir. Elemanlar, rakamlara atıfta bulunmak için harflerin kullanımını da başlatmış olabilecek ***Sakızlı Hipokrat***'ın daha önceki bir ders kitabına dayanmış olabilir. ***Wilbur Knorr***, *Elemanlar*'ın I, III ve VI. kitaplarındaki materyalin kaynağını ***Sakızlı Hipokrat***'ın zamanına, II, IV, X ve XIII. kitaplarındaki materyalin kaynağını ise ***Kireneli Theodorus***, ***Theaetetus*** ve ***Eudoksos***'un daha sonraki dönemine atfeder. Ancak, bu önerilen tarih, I'den IV'e kadar olan kitapların büyük ölçüde çok daha eski ***Pisagor*** okulundan kaynaklandığına inanan ***B.L. van der Waerden*** tarafından eleştirilmiştir.

Değerlendirme. ***Öklit***'in *Elemanlar*'ı, klasik antik çağın açık ara en ünlü matematik eseridir ve aynı zamanda dünyanın en eski, kesintisiz olarak kullanılan matematik ders kitabı olma özelliğini de taşır. Yazar hakkında MÖ 300 civarında İskenderiye'de yaşadığı gerçeği dışında pek bir şey bilinmemektedir.

Elemanlar'da yer alan teoremlerin çoğu ***Öklit***'in kendisi tarafından keşfedilmemiştir; bunlar ***Pisagor*** (ve onun okulu), ***Khioslu Hipokrat***, ***Atinalı Theaitetos*** ve ***Knidoslu Eudoksos*** gibi daha önceki Yunan matematikçilerin eserleridir. Aşağıda Oxyrhynchus papirüsünde *Elemanlar*'a ait bazı önermelerin çizimleri vardır.

Kitap 10-Önerme 28-Lemma 1 Hakkında



Resim 4.7.3.2. Oxyrhynchus papirüsünde 3. yy'a tarihlenen *Elemanlar*'ın 1.4'ündeki 8-11 ve 14-25 no'lu çizimler ispatsız verilir (Bkz. "*P. Oxy. LXXXII 5299. Euclid, Elements 1.4 (Diagram), 8–11, 14–25 (without Proofs)*"). Fakat bu çizimlerin ait olduğu önermeler ***Heiberg***'in okumasına göre şöyledir: İlk şekil 1. Kitap'taki Önerme 6, Dördüncü şekil 1. Kitap'taki Önerme 21, sondan bir önceki şekil, özellikle 2. şekil, 1. Kitap'taki Önerme 7 ve sondaki şekil Kitap 6'daki Önerme 32'den gelir (Bkz. "*Elemanlar*". ***Öklit***'in bu baskısı, ***J.L. Heiberg*** tarafından düzenlenmiş (1883–1885) kesinleşmiş Yunanca metni, modern bir İngilizce çevirisi ve bir Yunanca-İngilizce sözlük ile birlikte sunmaktadır. Sahte 14. ve 15. kitaplar ile yüzyıllar boyunca *Elemanlar*'a eklenen kapsamlı yorumlar bu baskıya dahil edilmemiştir. Çevirinin amacı, matematiksel argümanı olabildiğince açık ve net hale getirirken, orijinal Yunanca metnin anlamına da sadık kalmaktır. Köşeli parantez içindeki metin (hem Yunanca hem de İngilizce), ***Heiberg*** tarafından orijinal metne sonradan eklenmiş olarak tanımlanan kısımları gösterir (bazı özellikle bariz veya yararsız eklemeler tamamen çıkarılmıştır). Yuvarlak parantez içindeki metin (İngilizce), Yunanca metinde ima edilen ancak fiilen bulunmayan materyali belirtir.). Yazar bu çizimlerde sadece üçgenleri çizmiş ve iç açılarını göstermiştir; ancak üçgenlerin köşelerini isimlendirmediği gibi, sol tarafta bazı açıklamalar yaparak ispatlarını da vermemiştir. Bu nedenle bu papirüs sayfasındaki çalışmanın anılan önermelere bir hazırlık olduğu anlaşılmaktadır.

Şimdi burada hiçbir kaynakta yer almayan, tecrübemle karşılaştırmalı tarihten elde ettiğim şu genel sonucu vermem gerekiyor (ki bu sonucu veren bir ikinci kaynak gösteremezsiniz. Çünkü hem bu büyük ölçekteki çalışmalarına vakıf olmanız hem de gerçeği söyleyebilme cesarete sahip olmanız gerekiyor. Aslında bilimle ilgilenen hemen herkes bu sonucun farkındadır ama yarım yamalak ifade ettikleri için bir türlü netleştiremediler. Bu yüzden yarım yamalak ifade edilen bu gerçeği burada en açık şekilde vermeyi gerekli gördüm):

Bir Çocukluk Hastalığı: Hırsızlık

B.L. van der Waerden'in tespitine göre *Elemanlar*'ın ilk 4 kitabının büyük bir kısmı İtalya'nın güneyindeki Kroton'daki Pisagor okulundan geliyordu ve aynı şey Rönesans döneminde bu sefer İtalya'nın kuzeyindeki Bologna'da yapılıyordu. Özellikle ***Fatih Sultan Mehmet*** 1453'te İstanbul'u fethettiğinde doğu toplumlarının, özellikle Müslüman ülkelerin bilimsel çalışmaları antik dönemdeki kayıp uygarlıklarda (Mısır, Mezopotamya, Hint, Çin vb.) olduğu gibi derlenip toplanması söz konusu olmuştu ve bu yüzden tüm insanlığın ortak değeri olan bilimsel çalışmalara ***Pisagor***'dan 2000 yıl sonra yine aynı yerde 2. kez çöküldü.

İlkinde Türk-Müslüman bilim adamları sayesinde nerdeyse hiç etkilenmeden atlattık ama ikincisinde aynı imkân ve gücü bulamadığımız için günümüzü belirleyen sonuç çıktı. Buna göre ilkinde Müslüman bilim adamlarının 8-16. yüzyıllar (Altın Çağ) arasında tıp, astronomi, matematik ve mühendislik alanlarında geliştirdiği temel bilgiler, Endülüs ve Sicilya üzerinden Avrupa'ya aktarılmıştır. Avrupalılar, ***İbn Sina***, ***Harezmi*** ve ***Zehravi*** gibi alimlerin eserlerini tercüme ederek Rönesans'a temel yapmış, çoğu zaman bu eserleri kendi isimleriyle (Latinleştirerek) sahiplenmişlerdir.

Bilimsel Çalışmaların Aktarımı ve Sahiplenilmesi

- ✓ **Tercüme ve İsim Değiştirme:** Arapça bilimsel eserler, Avrupa dillerine tercüme edilirken Müslüman alimlerin isimleri Latinleştirilmiştir. Örneğin, ***İbn Sina*** "Avicenna", ***El-Razi*** "Rhazes", ***İbn Rüşd*** "Averroes", ***El-Harezmi*** "Algoritmi" olarak tanınmıştır.
- ✓ **Temel Eserlerin Kullanımı:** ***İbn Sina***'nın *El-Kanun fi't-Tıp* (Tıbbın Kanunu) eseri, 17. yüzyıla kadar Avrupa'da temel tıp kitabı olarak okutulmuştur.
- ✓ **Endülüs Etkisi:** İspanya'daki Endülüs Emevi Devleti, Avrupa'nın bilimle tanıştığı ana merkez olmuş, özellikle Toledo tercüme okulu aracılığıyla bilgiler Batıya taşınmıştır.

Kitap 10-Önerme 28-Lemma 1 Hakkında

Avrupalılar Tarafından Sahiplenilen/Etkilenilen Alanlar

- ✓ **Tıp:** ***Zehravi***'nin cerrahi aletleri ve teknikleri, Avrupa'da berberlerin ameliyat yaptığı dönemde tıp eğitiminin temeli olmuştur.
- ✓ **Matematik ve Astronomi:** ***Harezmi***'nin cebir çalışmaları, ***İbn-i Şatır*** ve ***Nasirettin Tusi***'nin matematiksel modelleri Kopernik Devrimi'nin temelini oluşturmuştur.
- ✓ **Optik:** ***İbn el-Heysem***'in optik çalışmaları, Batıda uzun süre referans kabul edilmiştir.
- ✓ **Teknoloji ve Mühendislik:** ***Cezeri***'nin sibernetik ve robotik alanındaki çalışmaları (mil sistemi, dişli çarklar) modern makinelerin temelini atmıştır.

Bu süreç, İslam dünyasındaki bilimsel üretimin 17. yüzyıldan itibaren yavaşlamasıyla Batının bu bilgiyi temel alarak kendi bilimsel devrimini gerçekleştirmesiyle sonuçlanmıştır.

İkincisinde Müslüman bilim adamlarının kaldığı yerden devam ederek kendi bilimsel devrimini gerçekleştiren Batılıların, Müslümanlara teşekkür edecekleri yerde, onlara Greklerin eserlerini Arapçaya körü körüne çevirdikleri ve hiçbir şey katmadıklarını söylemeleri, emperyal gücün verdiği sömürüden kaynaklanmaktadır. Çünkü bu suçlama bilimsel olmayıp oldukça duygusal, şişirme ve bir yerde hususi kasıt taşırken Türk-İslâm bilginlerine ait özgün eserleri çevirileriyle birlikte karşılaştırmalı olarak ortaya koyamadığımız (ki bunun nedenleri ortadadır) ve Grek bilginleri ile Türk-İslâm bilginleri arasındaki ilişkileri açıklayamadığımız için bu suçun birazı da bize ait görünür (Bkz. "*Matematik Tarihi Serisi: Bölüm 1*"). Buna göre Batılıların yaptıkları şey, bir çocukluk hastalığı olarak "Hırsızlık"tan başka bir şey değildir (Bkz. "*Bir Çocukluk Hastalığı: Komünizm*". Günümüzde Rusya'da en sevilen liderin %70 ile ***Stalin*** olması, Rus gençlerinin de aynı hataya düştüklerini gösterir. Yani SSCB'nin beyni ***Lenin*** (Kızıl Beyin) ise vücudu da ***Stalin***'dir ve ben o beyni Ay'dan getirip renkli olarak RİK 4'ün kapağına koydum. Rus gençleri bunu bilmez ama 40 yıl önce (26.04.1986) ***Lenin***'in resmi her yerdeydi).

Kitap X. *Elemanlar*'ın X. kitabı, büyüklükler bağlamında (modern terimlerle) irrasyonel sayılar ile ilgilenen, açık ara en büyük ve en karmaşık olanıdır. *Önerme 9 (modern terimlerle yeniden ifade edildiği gibi)*, $\sqrt{2}$ gibi kare olmayan tüm tam sayıların kareköklerinin irrasyonelliğini kanıtlar: Önerme 28'e ait bir lemma, ***Öklit***'in tüm temel Pisagor üçlülerini üretme formülünü verir. Ayrıca, bu kitap irrasyonel uzunlukları, tam sayı olan diğer uzunlukların ve bunların kareköklerinin çeşitli kombinasyonlarıyla oluşturulmalarıyla ilgili 13 ayrı kategoriye ayırır. Bununla birlikte, ***Wilbur Knorr***, *"**Öklit**'in X. kitabına, uzunluğunun ve belirsizliğinin matematiksel hazineler sakladığı umuduyla yaklaşan öğrencinin hayal kırıklığına uğraması muhtemeldir… matematiksel fikirler azdır."* diye uyarıyor.

Öklit, büyüklükleri gerçek sayılar olarak ele alıp bunların rasyonel sayılar olup olmadığını sormak yerine, bu materyali uzunlukların veya alanların ölçülebilirliği açısından ele alır: İki doğru parçasının veya iki dikdörtgenin her ikisinin de ortak bir alt birimin tam sayı kopyalarıyla ölçülüp ölçülemeyeceği. Uzunlukları rasyonel veya irrasyonel olarak sınıflandırması modern anlamdan farklıdır: ***Öklit*** için, bir doğru parçası, kenarına yerleştirilmiş karenin rasyonel bir alana sahip olması durumunda rasyoneldir. Yani ***Öklit***'e göre, $\sqrt{2}$ gibi bir rasyonel sayının karekökü olan uzunluğun kendisi de rasyoneldir.

Bu kitap, ***Platon***'un ***Sokrates***, ***Kireneli Theodorus*** ve genç matematikçi ***Theaetetus*** arasında geçen ***Theaetetus*** diyaloğundaki kısa bir pasajla bağlantılıdır. Bu pasajda, ***Theodorus***'un 3'ten 17'ye kadar olan karekökleri olmayan tamsayıların irrasyonel kareköklere sahip olduğunu kanıtlaması ele alınmaktadır ($\sqrt{2}$'nin irrasyonel olduğunun çok daha önce keşfedilmesinden sonra), bu sonucun ***Theaetetus*** tarafından tüm kare olmayan tamsayılara genelleştirilmesi ve irrasyonel sayıların kısmi bir sınıflandırması (13'ten az sınıfla).

Değerlendirme. Önerme 28'e ait Lemma 1 ve $\sqrt{2}$ gibi kare olmayan rasyonel sayıların kareköklerini bulmakta kullanılan algoritma (bkz. "*Karekök Yaklaşık Değer Hesabı*") ve "Heron Algoritması" olarak adlandırılan algoritma da Eski Babilonya'dan gelmektedir. Bunlara ek olarak, ***Benjamin M. Altschuler*** ve ***Eric L. Altschuler*** adlı kardeşler, 2017'de ***Öklit***'in Kitap 2-Önerme 10'daki ispatını yine Eski Babilonya dönemine ait BM 15285 no'lu tabletinde keşfettiler. Pisagor Okulu'ndan bir matematikçi, bu ispatın ***Öklit***'ten değil Pisagor Okulu'ndan geldiğini bildirir (Bkz. "*$\sqrt{2}$ Sayısının İrrasyonel Olduğunun İspatı*"). Bu sonuç ***B.L. van der Waerden***'in yukarıdaki tespitini doğrulamakla birlikte ispat fikrinin ilk kez Grekler tarafından ortaya atıldığı tezini çürütür.